11-К-5-002

3. Может ли сумма 2015 последовательных натуральных чисел оканчиваться той же цифрой, что и сумма следующих 2019 чисел?

4 **20 баллов**

Решение:

Введем арифметическую прогрессию a_n, в которой $a_1=1$, $d=1$. Посчитаем сумму первых 2015 чисел:

$S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n \Rightarrow S_{2015} = \frac{(1+2015)}{2} \cdot 2015 = 1008 \cdot 2015 = 2031120$

Введем еще одну арифметическую прогрессию b_n, в которой $b_1=2016$, $d=1$. Посчитаем сумму первых 2019 чисел:

$b_n = b_1 + (n-1) \cdot d$

$b_{2019} = 2016 + 1 \cdot 2018 = 4034$

$S_{2019} = \frac{(2016+4034)}{2} \cdot 2019 = 3025 \cdot 2019 = 6107475$

Первая сумма заканчивается цифрой 0, а вторая сумма - цифрой 5. Следовательно, ответ: нет.

Остаток от суммы любых 10 последовательных чисел равен 5. Следовательно остаток от суммы 2015 чисел будет равен:

$(2015 : 10 = 201{,}5)$

$201 \cdot 5 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 1020 \Rightarrow r = 0$ - остаток нулевой.

Остаток от суммы 2019 чисел:

$(2019 : 10 = 201{,}9)$

$201 \cdot 5 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 105$

Ответ: Не может

11-К-5-002

4. Учительница Мария Ивановна готовит задания для урока математики. Она хочет в уравнении $\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x+b}=\frac{1}{c}$ вместо a, b и c поставить три различных натуральных числа, чтобы корни уравнения были целыми числами. Помогите ей: подберите такие числа и решите уравнение.

20 баллов

20

Решение:

Пусть $a=6$, $b=30$, $c=9$.

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq -6, \\ x \neq -30. \end{cases}$

$$\frac{1}{x+6}+\frac{1}{x+30}=\frac{1}{9}$$

$$\frac{9(2x+36)-x^2-36x-180}{(x+6)(x+30)}=0,$$

$$\frac{18x+324-x^2-36x-180}{(x+6)(x+30)}=0,$$

$$\frac{x^2+18x-144}{(x+6)(x+30)}=0,$$

$$x^2+18x-144=0,$$

$$D=324+576=900$$

$$x=\frac{-18\pm 30}{2}, \begin{cases} x=6 \\ x=-24. \end{cases}$$

Ответ: 6; -24

Ответ: 6; -24 при $a=6$, $c=9$, $b=30$.